FILOSOFIE LOGIKY

Jaroslav Peregrin a Marta Vlasáková

Obsah

Předmluva ... 12
1 Logika a filosofie logiky ... 14
1.1 Proč filosofie logiky ... 14
1.2 O čem je logika ... 15
1.3 K čemu je logika ... 19
2 Výroky ... 22
2.1 Různá pojetí výroků ... 22
2.2 Výhody a nevýhody jednotlivých pojetí ... 26
3 Podstatné části výroků ... 31
3.1 Singulární výrazy ... 36
3.1.1 Určité popisy ... 36
3.1.2 Vlastní jména ... 41
3.2 Obecné výrazy a obecniny ... 47
3.2.1 Obecné výrazy ... 47
3.2.2 Obecniny ... 49
3.2.3 Množiny ... 55
.2.4 Extenze ... 60
3.3 Sloveso "být" ... 69
3.3.1 Spona a predikace ... 69
3.3.2 Identita ... 78
3.3.3 Existence ... 86
3.4 Logické výrazy ... 98

3.4.1 Logická forma ... 98
3.4.2 Vymezení logických konstant ... 102
3.4.3 Logické spojky ... 107
3.4.4 Kvantifikátory ... 114
4 Definice ... 119
4.1 Klasifikace definic ... 119
4.2 Problémy spojené s definováním ... 125
5 Pravdivost ... 133
5.1 Teorie pravdivosti ... 133
5.1.1 Korespondenční teorie ... 135
5.1.2 Tarského teorie ... 142
5.1.3 Koherenční teorie pravdy ... 148
5.1.4 Pragmatická teorie pravdy ... 151
5.1.5 Konsenzuální teorie pravdy ... 154
5.1.6 Minimalistické (a "maximalistické") teorie pravdivosti ... 156
5.2 Zvláštní druhy pravdivosti ... 158
5.2.1 Nutná pravdivost ... 158
5.2.2 Pravdivost modálních a kondicionálních výroků ... 173
5.2.3 Paradoxy ... 183
6 Vyplývání ... 198
6.1 Správný úsudek ... 198
6.2 Snahy o vymezení vyplývání ... 203
6.3 Problematické důsledky definice vyplývání ... 206
7 Formalizace logiky ... 210
7.1 Moderní logika a určování správných úsudků ... 210
7.2 AxiomatizaceChyba! Záložka není definována. logiky ... 215
7.3 Cesty axiomatizace ... 219
7.4 Reglementace, abstrakce a umělé jazyky logiky ... 225
7.5 Dva smysly "formalizace" a "analýzy" ... 233
8 Přirozený jazyk a umělé jazyky logiky ... 236
8.1 Jazyky logiky ... 236
8.2 Přirozený nebo umělý jazyk? ... 241
8.3 Logicky a jinak správné úsudky ... 244
8.4 Korektnost$_M$ a úplnost$_M$ logického jazyka ... 247
8.5 Jedna, či více logik? ... 249
9 Logické kalkuly ... 252
9.1 Odvoditelnost v umělých jazycích logiky ... 252

9.2 Hilbertův program a teorie důkazů ... 255
9.3 Bezespornost ... 258
9.4 Rozhodnutelnost ... 260
9.5 Kalkuly formálních a formalizovaných jazyků ... 262
9.6 Inferenční role a význam ... 264
10 Logická sémantika ... 267
10.1 Destrukce Hilbertova programu ... 267
10.2 Tarski a logická sémantika ... 269
10.3 Korektnost$_F$ a úplnost$_F$ logického jazyka ... 273
10.4 Proměnné a kvantifikátory ... 276
10.5 "Syntax" versus "sémantika" ... 281
11 Umělé jazyky logiky ... 286
11.1 Obecná struktura logického jazyka ... 286
11.2 Klasická výroková logika ... 290
11.3 Klasická predikátová logika ... 293
11.4 Některé alternativy ke klasické logice ... 297
11.4.1 Intuicionistická logika ... 297
11.4.2 Vícehodnotové logiky ... 299
11.4.3 Parakonzistentní a relevanční logiky ... 301
11.5 Některá rozšíření klasické logiky ... 302
11.5.1 Přidání nových logických operátorů ... 302
11.5.2 Přidání nových kvantifikátorů a logických konstant dalších kategorií ... 309
11.5.3 Přidání nových kategorií proměnných ... 313
11.5.4 Intenzionální logika ... 317
12 Formalizované jazyky logiky ... 322
12.1 Formalizované jazyky a teorie ... 322
12.2 Aritmetika ... 324
12.3 Teorie množin ... 331
12.4 Teorie pravdivosti ... 336
13 Slovo na závěr ... 340
Dodatek: originály některých citací z poznámek pod čarou ... 343
Literatura ... 363
Summary ... 381
Rejstřík věcný ... 382
Rejstřík jmenný ... 388

Předmluva

O filosofii logiky existuje celá řada knih. Jsou tu jednak knihy, které jsou tomuto tématu věnovány zcela explicitně[1]; pak jsou tu knihy, které svůj předmět deklarují jako "filosofickou logiku", což je poněkud vágně vymezený předmět, který se v některých pojetích s filosofií logiky podstatně překrývá, pokud s ní přímo nesplývá[2]; a nakonec knihy, které se věnují obecněji logice, ale do její filosofie podnikají podstatné exkurzy[3]. Proč tedy psát další takovou knihu?

Tuto knihu jsme se pokusili napsat jinak, než jak jsou knihy o filosofii logiky obvykle psány, a to ve dvou ohledech. Na jedné straně jsme se chtěli vyvarovat vyvolávání dojmu (který knihy tohoto druhu obvykle vyvolávají), že problémy, s nimiž logika a filosofie logiky zápasí, vznikly až ve dvacátém století. Většina témat, které jsou pro filosofii logiky ústřední, jako jsou povaha vyplývání, povaha logických konstant, sémantika výrazů podstatných pro platnost úsudků, paradoxy atd. je předmětem filosofické reflexe již od antiky. Na druhé straně jsme ovšem chtěli ukázat, že je tu *specifický* druh filosofických problémů týkajících se logiky, který skutečně vznikl až ve dvacátém století, a to v důsledku toho, že až v tomto století se logika začala k předmětu svého zkoumání, tj. reálnému usuzování a přirozenému jazyku, který je jeho médiem, vztahovat prostřednictvím určitých umělých jazyků a logických kalkulů. Tím podle nás vzniká zcela nová podoblast filosofie logiky, které by se dalo říkat *filosofie umělých jazyků logiky*, která není v současné literatuře dostatečně systematicky reflektována.

Knihu jsme se snažili napsat tak, aby byla srozumitelná nejenom úzkému okruhu odborníků. Doufáme, že bude užitečná pro studenty logiky i pro zájemce o logiku z řad široké

---

[1] *Viz* např. Quine, W. V., *Philosophy of Logic*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1986; Haack, S., *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, Cambridge 1978 (povšimněme si plurálu v názvu); Jacquette, D. , ed., *Philosophy of Logic: An Anthology*, Blackwell, London 2002; Fisher J. , *On the Philosophy of Logic*, Thomson Wadworth, Belmont 2008.

[2] *Viz* Wolfram, S., *Philosophical Logic: An Introduction*, Routledge, London 1989; Grayling, A., *An Introduction to Philosophical Logic*, Blackwell, Oxford 1998; Goble, L. , ed., *The Blackwell guide to philosophical logic*, Blackwell, Oxford 2001; Sainsbury, M. , *Logical Forms: An Introduction to Philosophical Logic*, 2nd ed., Blackwell, Oxford 2001; Burgess, J. P. , *Philosophical logic*, Princeton University Press, Princeton 2009; Lowe, E. J.. *Forms of Thought: A Study in Philosophical Logic*. Cambridge University Press, New York 2013. V češtině je to např. Kolář, P., *Argumenty filosofické logiky*, Filosofia, Praha 1999; nebo Materna, P, a Štěpán, J., *Filosofická logika: nová cesta?*, UP Olomouc, Olomouc 2000 (ta poslední je ale velmi idiosynkraticky zaměřena na jeden logický systém, tzv. TIL).

[3] Viz např. Strawson, P. F., *Introduction to Logical Theory*, Methuen, London 1952; Tarski, A., *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*, Oxford University Press, Oxford 1965; Quine, W. V., *Methods of logic*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1982; Tugendhat, E. a Wolf, U., *Logisch-semantische Propädeutik*, Reclam, Stuttgart 1986; Gamut, L. T. F.: *Logic, Language and Meaning*, 2 vols, University of Chicago Press, Chicago 1991; Sider, T.: *Logic for philosophy*, Oxford University Press, Oxford 2010; v češtině např. Kolman, V. a Punčochář, V.: *Formy jazyka*, Filosofia, Praha 2015.

odborné veřejnosti. Domníváme se, že logika je předmětem, který se v posledních desetiletích ve světě dost bouřlivě rozvíjí, a naše země by za tímto rozvojem neměla zaostat nejenom pokud jde o technický rozvoj logiky (tam se českým logikům na mezinárodní scéně dost daří), ale ani pokud jde o pochopení filosofických souvislostí problémů, které stále komplikovanější systémy logiky vyvolávají.

Výklad je na mnoha místech (především v poznámkách pod čarou) doplněn doslovnými citacemi autorit. Citáty jsme překládali nebo jsme použili existující překlady do češtiny (kde jsou k dispozici a mají přijatelnou podobu), nicméně pro zájemce jsme uvedli i odkazy na originály a na konec knihy jsme připojili dodatek, kde jsou použité citáty v angličtině, němčině a latině uvedeny v originálním znění.

Knihu jsme koncipovali jako společné dílo, ale protože naše pohledy na logiku a její filosofii se ne vždy a ve všem úplně shodují, museli jsme se propracovávat k různým kompromisům. Může být patrný i jistý přeryv mezi první části knihy (kap. 1-6), v níž měla hlavní slovo M. Vlasáková, a tou druhou (kap. 7-12), kterou měl primárně na starosti J. Peregrin. Doufáme nicméně, že jako celek je kniha koherentní.

Práce na této knize byla podpořena grantem GA ČR číslo 13-21076S; autoři jsou také vděční svému pracovišti, Filosofickému ústavu AV ČR, že jim vytvořil optimální podmínky pro práci na této knize. Děkují i svým kolegům Vítu Punčochářovi, Vladimíru Svobodovi a oběma vědeckým recenzentům knihy za užitečné kritické připomínky k dřívějším verzím rukopisu, které nám dovolily knihu podstatně zlepšovat.

1 Logika a filosofie logiky

1.1 Proč filosofie logiky

Logika se podobně jako jiné vědy obvykle vyučuje tak, že jsou její studenti postupně seznamováni nejprve s nejjednoduššími, následně se stále komplikovanějšími logickými pojmy, postupy a metodami a učí se je aplikovat na pozvolna se zesložiťující úlohy. Pokud jsou schopni si tyto pojmy a postupy osvojit a prokáží schopnost je aplikovat při řešení úloh, má se za to, že příslušnou vědu ovládají na požadované úrovni. Znamená to, že při výuce jsou vědy studentům vlastně předkládány (z velmi dobrých důvodů) jako něco *hotového* a *etablovaného*, o čem není třeba příliš přemýšlet a čemu je jen potřeba se náležitě naučit.

Na určité úrovni znalostí se však studenti mohou začít ptát (a to právě tak v logice jako třeba v matematice či v biologii), proč byly za výchozí zvoleny právě ty pojmy a nikoli jiné, jak přesně máme základním pojmům rozumět, proč jsou za správné a adekvátní považovány právě ty a ty postupy, a nikoli jiné. Mohou pak začít zkoumat a zpochybňovat to, co jim bylo předkládáno jako hotové a dané. Jelikož takováto zkoumání se týkají samotných základů příslušné vědy, nemohou být už prováděna pomocí této vědy samotné, ale dostávají se na základnější úroveň, totiž na úroveň filosofickou. Proto mluvíme o filosofii logiky, filosofii matematiky, filosofii té či oné vědy či o filosofii vědy obecně[4].

Ona filosofická zkoumání se příslušnou vědou zabývají nikoli jako něčím daným, ale analyzují její základy a výchozí předpoklady a kladou otázky po jejich oprávnění a zdůvodnění. Takováto zkoumání jsou užitečná nejméně ze dvou důvodů. Jednak není špatné, když skutečný odborník v té které vědě také rozumí základům a předpokladům, na kterých je tato věda vystavěna – rozumí pak nejen tomu, *jak* má postupovat, ale i *proč* tak má postupovat. A za druhé platí pro většinu věd, a pro logiku zvlášť, že kromě oné školské a záměrně víceméně jednotně vykládané nauky existují ve skutečnosti nejrůznější alternativní přístupy a odlišné koncepce dané vědy, různé nestandardní směry v dané nauce, které se někdy liší docela zásadně, a to i na úrovni zcela základní. Porozumět této odlišnosti předpokládá, že si uvědomujeme možnost různých východisek a různých základních předpokladů a také pokud možno chápeme argumenty ve prospěch té či oné volby oněch fundamentálních východisek. Ve skutečnosti se jen malá část významných světových logiků zabývá logikou, která se standardně vyučuje v kurzech logiky a které se obvykle říká *klasická*. Řada logiků hledá alternativní cesty a vytváří různé nestandardní koncepce, některé již od základů velmi odlišné od klasické logiky. Jejich motivaci lze nejlépe porozumět právě

[4] Vnímavý čtenář si zde může položit otázku, jak je to pak s filosofií – v rámci jaké ještě základnější vědy bychom měli zkoumat *její* základy? Pro filosofii už není k dispozici nějaká *ještě* fundamentálnější nauka (teoreticky by mohla být, ale pro ni by pak musela opět existovat nauka ještě fundamentálnější a někde se musíme zastavit), takže filosofie je odkázána na to, aby kromě pojmových základů jiných věd zkoumala i pojmové základy svoje vlastní. V tomto ohledu se tedy filosofie od ostatních nauk liší.

pochopením toho, jaké otázky a problémy se ve skutečnosti pojí s nejzákladnějšími logickými pojmy a na jakých fundamentech lze logiku vystavět.

Sama filosofie logiky tedy z povahy věci nepostupuje při výkladu jako výše zmíněné "normální" vědy – nepředkládá nějaký jednotný postoj: takto to je a takto se to naučte. Spíše se snaží přehlednou analýzou základních logických pojmů a výchozích předpokladů poukázat na případné problémy spojené s jejich přesným vymezením či s jejich volbou jako takovou a snaží se ukázat, jakým různým způsobem se k těmto problémům stavěli význační myslitelé či logické školy, jaká volili východiska, snaží se rozebrat jejich argumenty ve prospěch i v neprospěch té či oné teze – a to je vše. Je ponecháno na čtenáři, aby po důkladném uvážení sám posoudil vhodnost toho či onoho přístupu nebo se nechal přesvědčit tou či onou argumentací. Přitom je důležité, aby se dokázal vymanit ze zajetí zaběhaných postupů a pokusil se skutečně porozumět problémům spojeným se základy logiky, a tak pochopil i motivaci různých alternativních přístupů a postojů, které dnes jednotliví význační logikové zastávají.

1.2 O čem je logika

Jedna z prvních otázek, kterou si můžeme při zkoumání logiky klást, by mohla znít: Čím se tedy logika vlastně zabývá, k čemu se vztahuje, co přesně je předmětem jejího zkoumání? Ve skutečnosti se k této otázce budeme v průběhu výkladu opakovaně vracet, jelikož možné odpovědi poměrně zásadně ovlivňují pojetí dalších logických východisek. Začneme jen naznačením možných postojů, podrobnější zdůvodnění a argumentaci uvedeme později, až se budeme zabývat otázkou nutně pravdivých výroků (§5.2.1).

Učebnice 19. století někdy překládají slovo "logika" jako "myslověda" a konstatují, že se logika zabývá pravidly, podle kterých myslíme.[5] Týká se ale logika primárně skutečně lidského **myšlení**? Zaznamenává snad, jak lidé ve skutečnosti vyvozují závěry z předpokladů, jak usuzují z nějakých svých přesvědčení na jiné a podobně? Je to tedy vlastně jakási empirická nauka zabývající se lidským myšlením, jako je třeba psychologie? To se nezdá být úplně přesvědčivé. Lidé přece ve skutečnosti dost často logicky nemyslí a dělají chyby[6], ovšem kdybychom při zkoumání logických zákonitostí skutečně pouze zobecňovali to, jak

[5] Srovnej: "Každému jest vědomo, že člověk při svém myšlení následuje jistých pravidel, bez kterých by ani sám sobě nerozuměl, ani od jiného rozumín nebyl, rovně tak jakoby i řeči druh druha nerozuměl, kdyby slova pronešená žádnými pravidly se neřídila. Těmto pravidlům, podle kterých myslíme, učí nás logika. Jest tedy logika nauka pořádného myšlení, a protož i česky nazváno jí *myslovědou*." Marek, A., *Základní filosofie. Logika. Metafysika*. Nákladem Českého museum, Praha 1844, s. 46.

[6] V nedávné době se objevila řada poukazů na systematické chyby, ke kterým mají lidé při usuzování sklony (viz např. Kahneman, D., *Thinking, fast and slow*, Farrar, Straus and Giroux, New York 2011). V souvislosti s tím se začala rozvíjet teorie omezené racionality (Morton, A. , "Human bounds: rationality for our species", *Synthese* 176, 2010, 5–21) a s ní související výzkumy logiky (Stenning, K. a Van Lambalgen, M., *Human reasoning and cognitive science*, MIT Press, Cambridge (Mass.) 2008).

lidé při svých úvahách postupují, bylo by třeba považovat i běžně dělané logické chyby za součást toho, jak fakticky myslíme, a tedy za součást logiky a logických zákonů. Ale i kdyby nám třeba devět lidí z deseti řeklo, že z "Jestliže prší, je mokro" lze vyvodit "Jestliže neprší, není mokro", nestane se tento úsudek logicky správným[7] – už proto, že najdeme protipříklady (pokud třeba právě taje sníh, je mokro, i když neprší). Navíc máme dojem, že logické zákony podobně jako třeba matematické zákony platí *nutně*, nejsou empirické v tom smyslu, že bychom je mohli na základě pozorování lidského chování vyvrátit nebo je postupně induktivně (a tedy nikdy s úplnou jistotou) potvrzovat. Zdá se nám, že logické zákony spíše než o tom, jak *skutečně myslíme*, vypovídají o tom, jak bychom myslet *měli* (jak to ostatně formuluje výše zmíněný učební text citovaný pod čarou), a v tomto smyslu jsou hotové a neměnné. Jenomže pokud nám logické zákony říkají, jak bychom myslet *měli*, můžeme se legitimně ptát, *proč* bychom tak měli myslet, odkud bere logika autoritu nám něco předepisovat.

Jedna z možných odpovědí je ta, že svět jako takový (v nejširším slova smyslu, tedy veškerá **skutečnost** kolem nás) se "chová logicky", a proto při usuzování o něm uděláme nejlépe, když budeme také logicky postupovat. Jestliže je kupříkladu faktem, že každá zebra je pruhovaná a že Václav chová na dvorku zebru, potom můžeme logicky usoudit, že i Václavova zebra je pruhovaná – logické zákony nám umožňují něco vyvozovat o samotné realitě, o tom, jak se věci ve skutečnosti mají. Měli bychom tedy při myšlení využívat logiku, protože *skutečnost kolem nás se chová logicky*[8]. Námitka proti tomuto postoji je vlastně obměnou již dříve uvedené pochybnosti: pokud by byl svět kolem nás podřízen logickým zákonům třeba tak, jak je podřízen zákonům fyzikálním, znamenalo by to, že logika je *empirická* nauka – zjišťujeme, jak se svět kolem nás chová, a pokoušíme se vysledovat v tom určité zákonitosti, které se potom snažíme vyjádřit explicitně jako logické zákony. To odporuje, jak bylo výše řečeno, našim intuicím o logických pravdách jakožto nutných v silnějším smyslu, než jsou nutné přírodní zákony (zde je ovšem třeba poznamenat, že ne všichni tyto intuice sdílejí, jak později uvidíme). Zdá se nám, že si umíme představit svět, kde by platily odlišné fyzikální zákony, ale nikoli svět, kde by platily odlišné logické zákony – kde by například Václavova zebra zároveň byla a nebyla pruhovaná. Jestliže však svět nemůže nebýt logický, neplyne tato nutnost z něčeho jiného než z povahy světa?

Jiný přístup k otázce po povaze logiky je založen na následující úvaze: při bližším pohledu se zdá, že například ono tvrzení "Všechny zebry jsou pruhované" v sobě už ve skutečnosti nějak "zahrnuje" všechna tvrzení typu "Tato zebra je pruhovaná" a "Tamta zebra je pruhovaná" a "Václavova zebra je pruhovaná" atd., tedy že obecné tvrzení je vlastně jakousi zkratkou za všechna příslušná tvrzení o jednotlivých případech. Nejde tedy primárně o to, jak

[7] Není-li ovšem tato "chyba" důsledkem posunu významu, totiž že by se spojení "jestliže … pak …" začalo chápat jako ekvivalence; tento posun by se ovšem musel promítnout do celého systému používání tohoto spojení.

[8] Příkladem takového zakotvení logiky v realitě může být Maddy, P., "A Second Philosophy of Logic", in: *The Metaphysics of Logic* (ed. Rush, P.), Cambridge University Press, Cambridge 2014, 93–108; nebo Sider, T., *Writing the Book of the World*, Oxford University Press, Oxford 2013.

se věci ve skutečnosti mají, ale o to, jak příslušnou větu používáme v jazykové komunikaci a jak ji v rámci této komunikace vztahujeme k jiným větám. Přikloníme-li se k této odpovědi, znamená to tedy, že logické zákony se primárně týkají **jazyka** – vypovídají něco o vzájemné provázanosti různých typů vět a o pravidlech jejich užívání, o způsobu používání určitých výrazů apod.[9] Někteří filosofové považují logiku prostě za gramatiku jistých specifických výrazů, totiž těch, které pokládáme za čistě logické a obvykle je přepisujeme pomocí logických konstant. Logické zákony tak vlastně tvoří určitou podskupinu jazykových zákonů. A jelikož větami našeho jazyka vyjadřujeme své myšlenky, může se nám zdát, že ony logické zákony jsou zároveň zákony našeho myšlení; případně protože prostřednictvím těchto vět vypovídáme něco o světě, o skutečnosti kolem nás, můžeme mít dojem, že je oněm logickým zákonům podřízen i svět. To však podle rozebíraného přístupu platí jen v odvozeném smyslu: jelikož myšlení vyjadřujeme v jazyce a jazykem mluvíme o skutečnosti kolem nás, je potřeba vyjadřovat myšlenky a hovořit o skutečnosti v souladu s jazykovými zákony, tedy v souladu s logikou.

Proti tomuto pojetí lze namítnout, že jedinými pravidly, kterými se naše užívání jazyka zjevně řídí, jsou pravidla gramatiky, a ta jsou do značné míry nahodilá a mohou se měnit – a také se v průběhu vývoje jazyka někdy i docela podstatně mění. Pravidla logiky se oproti tomu, jak se zdá, od antických časů nijak zásadně neměnila, navzdory proměnám jazyka zůstávají logická pravidla platná, i když je třeba spojujeme s jinými výrazy než dříve. Jak již bylo řečeno, pravidla logiky máme spjata s podstatnou základní intuicí, totiž že jsou nutná, že jinak tomu být nemůže. To rozhodně neplatí pro gramatická pravidla: můžeme si docela dobře představit, že v češtině kvůli zjednodušení zrušíme tvrdé "y" a zavedeme pouze měkké "i" (školáci by to nepochybně uvítali), že změníme vazbu slovesa s určitým pádem, obvyklý slovosled ve větách a podobně. Těžko si ale představit něco podobného u logických zákonů. Wittgenstein sice tvrdí, že nutnost dejme tomu zákona sporu je pouze zdánlivá, neboť "jsme tomu ve *svém* systému nedali žádný význam" a že zákon sporu je "libovolný" a klidně "nemusí být užit jako zákon našeho vyjadřování"[10] – jenomže navzdory tomu máme za to, že zatímco "nutnost" gramatických pravidel je nahodilá a konvenční, nutnost logických pravidel, ať už je budeme spojovat s těmi či oněmi výrazy, je, dá se říci, jiného řádu a nepodléhá naší libovůli či volbě konvencí. Gramatiky různých přirozených jazyků se zjevně mohou poměrně výrazně lišit, logické zákony jsou oproti tomu (podobně jako třeba matematické zákony) považovány za jednotné napříč různými jazyky. Nezdá se tedy, že by gramatické a logické

[9] Srovnej např. "Logika tedy nevypovídá nic o světě, ale vztahuje se pouze ke způsobu, jak o světě mluvíme (…) Uvažme jako příklad logický zákon $\forall x\varphi(x)\rightarrow\varphi(y)$, který říká: co platí pro všechny, platí pro jedno každé. Tento zákon neříká nic o světě; to, že co platí pro všechny, platí pro jedno každé, není vlastností světa; věty ‚$\varphi(x)$ platí pro všechna individua' a ‚$\varphi(y)$ platí pro každé jednotlivé individuum' jsou jen různé jazykové symboly pro tentýž věcný stav; uvedený logický zákon vyjadřuje tedy pouze víceznačnost symboliky používané jako jazyk; vyjadřuje, v jakém smyslu je užíván symbol ‚všechno'." Gödel, K., "Diskussion zur Grundlegung der Mathematik", *Erkenntnis* 2, 1931, 135-151, s. 137; v citátu je použitá logická symbolika upravena v souladu se současnými zvyklostmi.

[10] *Wittgenstein's Lectures – Cambridge 1932-1935, From the Notes of Alice Ambrose and Margareth Macdonald*, ed. A. Ambrose, Prometheus Books, New York 2001, s. 72.

zákony byly téhož druhu. Pokud by tedy měly být logické zákony nějak určeny pravidly jazyka, musela by to být nějaká zásadně jiná pravidla než pravidla gramatiky – a není jasné, že se nějakými takovými pravidly jazyk řídí.

Naznačme si různé zmíněné přístupy na příkladu. Uvažujme "zákon sporu", tedy logické pravidlo, které formuluje už Aristotelés: "Aby jeden a tentýž [predikát] jednomu a témuž [subjektu] v témže ohledu zároveň náležel i nenáležel, je nemožné."[11] Tento zákon lze chápat tak, že platí o *realitě*, o veškeré skutečnosti kolem nás – nemůže se stát, aby cokoli kolem nás v téže chvíli a v témže ohledu zároveň bylo nějakým a nebylo oním nějakým, aby dejme tomu Václavova zebra měla v téže chvíli pruhy a zároveň neměla pruhy. Můžeme mít pochybnosti, zda skutečně realita nepřipouští spor tohoto typu – zdánlivě sporné případy se však většinou týkají spíše neostrosti predikátů: je-li chytrá horákyně zároveň obutá i neobutá, není to proto, že by jí tatáž vlastnost v téže chvíli a v témže ohledu zároveň náležela i nenáležela, ale proto, že ji ve skutečnosti pořádně nevystihuje ani jedna z výpovědí. Má-li někdo botu jen na jedné noze, nemůžeme ho pořádně označit jako obutého, jelikož druhá noha je neobutá, ale ani jako neobutého, jelikož "trochu" obutý je. Není tedy ani tak "obutý i neobutý", jako spíše "trochu obutý a trochu neobutý" či "ani úplně obutý, ani neobutý".

Další možná interpretace zákona sporu je, že my *myslet* spor *nejsme schopni*. Existuje staré sofisma "Je všemohoucí Bůh schopen stvořit kámen, který by sám neuzvedl?" Je-li Bůh všemohoucí, musí být schopen stvořit cokoli, tedy i příslušný kámen, ovšem jakožto všemohoucí přece musí umět uzvednout jakýkoli kámen, tedy i ten, který by neměl být schopen uzvednout. Dostáváme tu spor. Jedna z možných odpovědí zní, že i tak toho Bůh schopen *je* – to jenom náš lidský rozum je omezen logikou a zákonem sporu, takže si to neumí představit, ale Bůh není podřízen zákonům našeho myšlení, a tedy ani logice. Logické zákony nemusejí nic vypovídat o světě, zachycují pouze charakter a limity našeho lidského myšlení.

Nebo je možné považovat zákon sporu za jakési jazykové pravidlo – v jazyce nemůžeme rozumně používat větu "Tato zebra je v tomto okamžiku pruhovaná a zároveň není pruhovaná", jelikož touto větou vlastně nic nesdělujeme: "Věta sporu není zákon reality; nutnost, již vyjadřuje, má původ ve významu našich jazykových výrazů (zvláště výrazů 'ne' a 'a') a ve významu formy predikace. (…) A platnost věty sporu značí jen to, že bychom jinak nic neřekli, že by se jinak naše řeč sama rušila – a jinak nic."[12]

Je jasné, že týkají-li se logické zákony skutečnosti jako takové, je dobré v souladu s logickými zákony myslet i mluvit, tedy logické zákony se budou promítat i do našeho myšlení a jazyka. Podobně týkají-li se zákony logiky našeho myšlení, promítají se i do jazyka. Klasické pojetí vztahu realita-myšlení-jazyk vychází z Aristotelovy formulace: "Mluvená slova jsou jistě znakem duševních prožitků a napsaná slova jsou znakem slov mluvených. A jako všichni nemají totéž písmo, tak ani jejich mluva není táž; avšak to, co mluva a písmo

[11] Aristotelés, *Metafyzika*, přel. Ant. Kříž, Rezek, Praha 2003, 1005b 19n.

[12] Tugendhat a Wolfová, *Logisch-semantische Propädeutik*, s. 6; český překlad M. Pokorného *Logicko-sémantická propedeutika*, Rezek, Praha 1997, s. 54-55.

v prvé řadě označují, je již všem společné, totiž duševní prožitky a to, co prožitky zpodobují, totiž věci."[13] Znamená to tedy, že věci kolem nás zachycujeme myšlením a toto myšlení vyjadřujeme řečí. A zatímco řeč je dána konvencemi a může se lišit, realita i naše "duševní prožitky" (což zhruba odpovídá dnešním "pojmům") jsou společné a jednotné. Proto se logičnost skutečnosti promítá do myšlení a logičnost myšlení do jazyka. Toto tradiční pojetí ovšem bývá z různých důvodů zpochybňováno. Například ti, kdo přičítají logické zákony primárně jazyku, považují často jazyk za konstitutivní pro to, co chápeme jako skutečnost, a v tomto smyslu odmítají aristotelskou představu společného světa věcí i sdílených pojmů[14].

Jelikož komunikujeme pomocí jazyka, lze shodu mezi zmíněnými přístupy nalézt v tom, že při rozebírání logických zákonitostí mluvíme o jazykových vyjádřeních, o větách a výrazech – přičemž je ovšem potřeba ponechat stranou, že v některých koncepcích je jazyk jen prostředkem sdělování, v jiných je sám konstitutivní a určující i samotné logické zákony. Velký rozdíl je v tom, že zatímco pro jazykový přístup je tím, co je analyzováno, prostě jazyk sám, pro ostatní je ve skutečnosti analyzováno to, co tímto jazykem sdělujeme, a jazyk sám je pouze prostředník, pomůcka sdělování.

1.3 K čemu je logika

Byť se různě proměňuje důraz na tu či ono složku logiky, panuje v dějinách logiky víceméně shoda v tom, že mezi ústřední logické pojmy patří pojem *logického vyplývání*. Součástí logiky však tradičně bývala i nauka o *pojmech* a jejich *definicích*, která se ovšem v současné klasické logice (tím míníme standardní logiku – klasickou výrokovou logiku a predikátovou logiku prvního řádu) příliš nerozebírá; částečně se jí ale věnují intenzionální logiky, částečně teorie množin (která byla původně logikou využita jako technický prostředek k zachycení rozsahu pojmu). Dále do logiky spadala i nauka o správné výstavbě deduktivního systému. A konečně do logiky tradičně patřila i nauka o logických chybách, paradoxech a sofismatech; z toho jsou především paradoxy pro fundamenty logiky také velice významné, nauka o logických chybách a klamech je zase velmi podstatná z hlediska praktického využití logiky. Naše zkoumání se tedy budou zabývat logikou v tomto tradičním širším slova smyslu. Poznamenejme, že ještě třeba Bolzano pojímá logiku (čili vědosloví, jak ji příznačně nazývá) v právě naznačeném širším záběru.

Důležité je předznamenat, že logika byla vždy považována za nauku poskytující určitý ***nástroj*** ("organon") umožňující správně a efektivně posuzovat platnost či neplatnost úsudků přirozeného jazyka a racionálního usuzování. Logice se učili studenti v základních kursech, aby byli schopni každý ve svém oboru logicky správně obhajovat či vyvracet vědecké teze,

[13] Aristotelés: *O vyjadřování*, přel. Ant. Kříž, Nakladatelství ČSAV, Praha 1959, 16a.

[14] Viz například Benveniste, E. (*Problemes de Linguistigue générale*, Gallimard, Paris 1966), který se snaží ukázat, že *kategorie*, které nám Aristoteles předkládá (patrně) jakožto nejobecnější klasifikátory jsoucen, jsou ve skutečnosti kategorie řecké *gramatiky*.

stejně jako se třeba počtům učíme, abychom byli schopni v běžné praxi počítat vše to, co je potřeba (velryby, hvězdy, daně, průměrné IQ aj.). Logika by tedy měla být široce přístupná studentům všech oborů a měla by poskytovat co nejjednodušší a nejefektivnější metody vyhodnocování úsudků a vyvozování závěrů. Logiku lze přirozeně studovat i z teoretického hlediska, může se sama stát předmětem zkoumání, primární by vždy ale mělo být její praktické uplatnění napříč obory a diskursy. V tomto smyslu tedy vlastně *není* to, čemu se dnes říká *matematická logika*, logikou v pravém slova smyslu, jelikož se nezaměřuje na poskytování vhodných algoritmů a prostředků k analýze běžných argumentačních postupů, ale zabývá se určitým technickým aparátem (který měl původně k tomuto účelu sloužit) jako takovým, jakožto jakousi nezávislou matematickou strukturou – rozebírá jeho matematické vlastnosti již bez ohledu na jeho aplikovatelnost či účelnost. To samo o sobě může být zajímavé a důležité, není to však logika v primárním slova smyslu. Běžný uživatel logiky potřebuje efektivní postupy na posouzení správnosti úsudku, nikoli matematické výsledky o určitých abstraktních strukturách, které neumožňují bezprostřední praktickou aplikaci.

Je také potřeba zdůraznit podstatné výchozí ideje, na kterých je založena myšlenka logického kalkulu, a tedy velká část moderní logiky. Aristotelova sylogistika[15] představuje ucelený systém, ve kterém je nejen vymezeno, které logické úsudky (sylogismy[16]) jsou podle něj správné, ale jsou stanoveny i základní "axiomy" a odvozovací pravidla, ze kterých jsou právě tyto platné úsudky dokazatelné – sylogistika je jakožto systém úplná v tom smyslu, že cokoli v ní platí, je v ní také dokazatelné[17]. Zároveň nabízí soubor jednoduchých pravidel, jak o daném sylogismu rozhodnout, kdy je platný a kdy nikoli, poskytuje tedy kromě teoretického zdůvodnění i praktický rozhodovací algoritmus. Ten byl v následujícím rozvoji logiky dále pilován a precizován, aby byl co nejefektivněji aplikovatelný. Je-li ale rozhodování o platnosti logických vztahů do značné míry algoritmizovatelné, vede to k myšlence, že lze stanovit jakýsi mechanický rozhodovací postup podobající se matematickému výpočtu. Leibniz tak přišel s myšlenkou možnosti jakéhosi logického "počítání": zkoumal, zda by nebylo možné převést běžný jazyk do nějaké matematické podoby, třeba kódovat jednotlivé pojmy pomocí čísel, vytvořit tedy jakýsi jednoznačný kódový jazyk (nazývaný "lingua characteristica") a potom po vzoru matematiky s objekty tohoto jazyka počítat jako s čísly, abychom zjistili, zda je určitý výrok pravdivý či nepravdivý[18]. Získali bychom tak jakýsi "calculus ratiocinator", systém umožňující v zásadě mechanicky vypočítávat pravdivost či nepravdivost jednotlivých

[15] Pro stručný přehled o sylogistice viz Bendová, K., *Sylogistika*, Karolinum, Praha 1998; klasikou je Łukasiewicz, J., *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic* (2. vyd.), Oxford University Press, Oxford 1957.

[16] Velice zhruba řečeno je sylogismus druh logického úsudku specifikované formy.

[17] Důkaz úplnosti lze nalézt v Corcoran, J., "Completeness of an Ancient Logic", *The Journal of Symbolic Logic* 37, 1972, 696-702, viz též Kolman a Punčochář, *Formy jazyka*, s. 335-339.

[18] Například složený pojem "člověk" by mohl být kódován součinem čísel kódujících jeho složky, tj. pojmy "živočich" a "rozumný"; jednoduché pojmy by byly kódovány prvočísly; pravdivost soudu typu "Člověk je živočich" by pak byla rozhodnutelná na základě vzájemné dělitelnosti kódů jednotlivých pojmů.

výroků, "nakolik jsou podrobeny logické úvaze"[19]. Leibnizovou ideou bylo, že bychom se takto mohli vyhnout často neplodným sporům, neboť by bylo možné se prostým mechanickým výpočtem dobrat pravdy: "Jakmile tak učiníme, vznikne-li jakýkoli spor, nebudou dva filozofové muset diskutovat víc než dva počtáři. Postačí totiž, aby se chopili pera, usedli ke stolku a navzájem si řekli (…): Počítejme!"[20]

Na podobné myšlence je založena i moderní logika: zavádí umělý logický jazyk, do kterého by mělo být možné "překládat" věty přirozeného jazyka, a pokouší se vytvořit kalkul, který by umožnil rozhodnout, zda jistý závěr v tomto jazyce logicky plyne z daných premis, a to nejlépe nějakým "mechanickým", algoritmizovatelným způsobem. (Existující sylogistický systém nepovažuje za dostačující, mimo jiné proto, že je omezen, přinejmenším ve své standardní podobě, na jednomístné predikáty.) Nakolik se ovšem moderní logice plně povedlo realizovat ideu kalkulu, je přinejmenším diskutabilní – v případě nejběžnějšího logického systému, tj. predikátové logiky prvního řádu, totiž takový rozhodovací kalkul přísně vzato neexistuje – k tomuto problému se dostaneme až v závěrečné části. Každopádně je ale třeba brát v potaz, že zmíněné ideje a cíle jsou pro moderní logiku zcela ústřední, takže se jim v mnohém její podoba a zvolené postupy podřizují.

Musíme zde také upozornit na víceznačnost rozlišení mezi *matematickou* a *filosofickou* logikou, tak jak se tyto termíny dnes běžně používají. Toto rozlišení se přirozeně používá tak, že matematická logika se zabývá matematickými aspekty logických systémů, zatímco ta filosofická těmi nematematickými. Je tu ovšem i jiný, dnes velmi běžný smysl, ve kterém se matematická logika v podstatě zabývá klasickou logikou, a ostatní logické systémy spadají již do hájemství logiky filosofické[21].

V dalším výkladu budeme postupovat od dílčího k celkovému: začneme výrokem a jeho částmi, které jsou logikou rozpoznávány; dále se budeme zabývat tím, co je na výroku z hlediska logiky podstatné, totiž pojmem pravdivosti, nutné pravdivosti a spornosti; poté přejdeme k důležitému vztahu mezi jednotlivými výroky, a to ke vztahu vyplývání; následně se budeme zabývat logickým systémem jako celkem a jeho podstatnými vlastnostmi; a konečně se budeme věnovat různým systémům logiky, různým alternativním přístupům k řešení logických problémů a vztahům mezi těmito systémy.

---

[19] Leibniz, *O reforme vied*, přel. J. Šebestík, SAV, Bratislava 1956, s. 70.

[20] Leibniz, G. W., *Sämtliche Schriften und Briefe*, herausgegeben von der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften in Göttingen, Akademie Verlag Reihe 6, Band 4, Berlin 1999, s. 913. Srovnej též Leibniz: *O reforme vied*, přel. J. Šebestík, SAV, Bratislava 1956, s. 70. Viz též Eco, U., *The Search for a Perfect Language*, Fontana, London 1997.

[21] Tak například Burgess (*Philosophical logic*, s. 1) konstatuje: "Co je to filosofická logika? Pro čtenáře, který je trochu obeznámen s klasickou nebo učebnicovou logikou – tak jak zde u čtenáře předpokládám – je na tuto otázku jednoduchá odpověď. Filosofická logika, jak jí zde rozumíme, je ta část logiky, která se zabývá tím, co klasická logika vynechává, nebo co údajně dělá špatně."